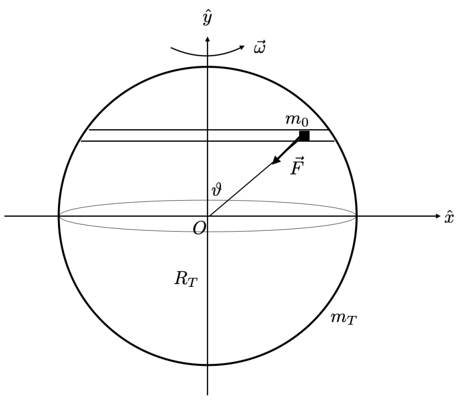
quindi anche l'energia meccanica totale è anch'essa legata ai parametri orbitali ϵ, d. Poiché l'eccentricità ϵ caratterizza la forma dell'orbita, ovvero per ϵ <1 questa è ellittica (dove il valore ϵ =0 corrisponde all'orbita circolare), per $\epsilon = 1$ parabolica e per ϵ >1 iperbolica, questo implica che in termini dell'energia meccanica totale possiamo scrivere in analogia:

$$\begin{aligned} E < 0 &\longrightarrow \textit{orbita ellittica} \\ E = 0 &\longrightarrow \textit{orbita parabolica} \\ E > 0 &\longrightarrow \textit{orbita iperbolica} \end{aligned}$$

Esercizio 7.1 Una massa m_0 è posta in una galleria rettilinea praticata nella Terra, assimilabile ad una sfera omogenea di raggio R_T e massa m_T, dove può muoversi senza attrito come mostrato in figura. Studiare il moto del corpo di massa m_0 rispetto ad un sistema di coordinate solidale con la Terra assumendo che il corpo parta con velocità iniziale nulla dalla superficie terrestre. Determinare la risultante delle forze nella direzione del tunnel. Calcolare infine il tempo τ impiegato per percorrere tutto il tunnel. Ripetere poi il calcolo considerando la Terra in rotazione con velocità angolare ω_0 ed assumendo che la galleria sia costruita in direzione perpendicolare all'asse di rotazione terrestre. Assumere che il tunnel scavato sia molto sottile in modo da poter trascurare la massa asportata per costruirlo e considerare sempre la restante massa a simmetria sferica. Trascurare gli attriti.



Soluzione Consideriamo la forza gravitazionale che viene esercitata sulla massa m_0, posta all'interno della Terra assimilabile ad una sfera piena, a distanza r dal centro; questa può essere scritta nella forma:

$$F = -\frac{Gm(r)m_0}{r^2}$$

dove abbiamo indicato con $m(r)$ la massa compresa entro una distanza r, poichè la massa all'esterno non contribuisce alla forza totale. Ricordando che la densità è costante e pari a ρ possiamo scrivere:

$$\rho = \frac{3m(r)}{4\pi r^3} = \frac{3m_T}{4\pi R_T^3} \quad \Longrightarrow \quad F = -\frac{Gm_T m_0}{R_T^3} r$$